

აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი

მათემატიკის დეპარტამენტი

სადოქტორო პროგრამა

ფუნქციათა თეორია

1. სადოქტორო პროგრამის სახელწოდება: ფუნქციათა თეორია
2. მისანიჭებელი აკადემიური ხარისხი: მათემატიკის დოქტორი (Doctor of Mathematics)
3. პროგრამის განმახორციელებელი ფაკულტეტი და ფაკულტეტის სტრუქტურული ერთეული: ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი
4. პროგრამის ხელმძღვანელი: აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის სრული პროფესორი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი გიორგი ონიანი
5. პროგრამის საკვალიფიკაციო დახასიათება:

პროგრამის მიზანი:

- მისცეს დოქტორანტს ღრმა და სისტემური ცოდნა ფუნქციათა თეორიის მიმართულეებით
- გამოუმუშაოს დოქტორანტს მკვლევარის უნარჩვევები
- გამოუმუშაოს დოქტორანტს პედაგოგის უნარჩვევები

სავარაუდო კვლევის თემატიკა :

- ლებეგის ინტეგრალთა დიფერენცირება
- მაქსიმალური ოპერატორების მეტრიკული თვისებები
- მრავალი ცვლადის ფუნქციათა დიფერენციალური თვისებები
- ტრიგონომეტრიული, ჰაარისა და უოლშის ორთონორმირებული სისტემების შესაბამისი ფურიეს ჯერადი მწკრივების კრებადობა და შეჯამებადობა

დასაქმების სფეროები: უმაღლესი განათლების სისტემა, სამეცნიერო-კვლევითი დაწესებულებები

6. პროგრამის სასწავლო კომპონენტის აღწერა: იხ. დანართი 1
7. პროგრამაზე ჩარიცხვისათვის აუცილებელი წინაპირობა: მათემატიკის მაგისტრის ან მასთან გათანაბრებული აკადემიური ხარისხი
8. პროგრამაზე მისაღები დოქტორანტების რაოდენობა: 1
9. პროგრამის განხორციელებაში მონაწილე მკვლევარები: ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი ომარ მაგნიძე; აწსუ სრული პროფესორი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი გიგლა ონიანი; აწსუ ასოცირებული პროფესორი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი ერეკლე ჯაფარიძე; აწსუ ასოცირებული პროფესორი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი გიორგი თეთვაძე.

სადოქტორო პროგრამის სასწავლო კომპონენტის აღწერა

სემესტრი №1

კურსის დასახელება	კრედიტების რაოდენობა
1. ლებეგის ინტეგრალთა დიფერენცირების თეორია I	5
2. ტრიგონომეტრიულ მწკრივთა თეორიის საფუძვლები I	5

სემესტრი №2

კურსის დასახელება	კრედიტების რაოდენობა
1. ლებეგის ინტეგრალთა დიფერენცირების თეორია II	5
2. ტრიგონომეტრიულ მწკრივთა თეორიის საფუძვლები II	5

სემესტრი №3

კურსის დასახელება	კრედიტების რაოდენობა
1. ორთოგონალურ მწკრივთა თეორია I	5
2. ჰარმონიული ანალიზი I	5

--	--

სემესტრი №4

კურსის დასახელება	კრედიტების რაოდენობა
1.ორთოგონალურ მწკრივთა თეორია II	5
2.ჰარმონიული ანალიზი II	5

შენიშვნა. სადოქტორო პროგრამის სასწავლო კომპონენტის დანარჩენი 20 კრედიტიდან 10 ეთმობა პედაგოგიურ პრაქტიკას(მე-2 და მე-3 სემესტრები), ხოლო 10 კრედიტის ფარგლებში (მე-3 და მე-4 სემესტრები) დოქტორანტი სამეცნიერო ხელმძღვანელთან შეთანხმებით შესასწავლად ირჩევს საკითხებს, რომლებიც უშუალოდაა დაკავშირებულია მის სადისერტაციო თემასთან.

კურსების ანოტაციები

1. ლებეგის ინტეგრალთა დიფერენცირების თეორია I. კურსის მიზანია შემდეგი საკითხების შესწავლა:

ბეზიკოვიჩის ტიპის დაფარვის თეორემები; უიტნის ტიპის დაფარვის თეორემები; ვიტალის ტიპის დაფარვის თეორემები; ჰარდი-ლიტლვუდის მაქსიმალური ოპერატორის სუსტი (1,1) ტიპი; ძლიერი მაქსიმალური ოპერატორი. იესენი-მარცინკევიჩი-ზიგმუნდის თეორემა; შებრუნებული უტოლობა ჰარდი-ლიტლვუდის მაქსიმალური ოპერატორისათვის; ლოგარითმული კლასის დახასიათება ჰარდი-ლიტლვუდის მაქსიმალური ოპერატორის ინტეგრალური თვისებების მეშვეობით; სიმკვრივის ბაზისები. ბუზემან-ფელერის თეორემა; ინდივიდუალური დიფერენციალური თვისებები; დიფერენციალური თვისებები ინტეგრალური კლასებისათვის.

ლიტერატურა : [1] M. de Guzman, Differentiation of integrals in R^n , Springer, 1975.

2. ტრიგონომეტრიულ მწკრივთა თეორიის საფუძვლები I. კურსის მიზანია შემდეგი საკითხების შესწავლა:

ელემენტარული დებულებები ტრიგონომეტრიული და ფურიეს ტრიგონომეტრიული მწკრივების შესახებ; ფურიეს კოეფიციენტების ელემენტარული თვისებები; სინუსებისა და კოსინუსების მწკრივები მონოტონური კოეფიციენტებით; დირიხლეს და მისი შეუღლებული გული, ლოკალიზაცია, ლებეგის მუდმივები; კრებადობის დინისა და ჟორდანის ნიშნები; გიბსის ფენომენი; უწყვეტი ფუნქცია ერთ წერტილში განშლადი ფურიეს მწკრივით; ფეიერის თეორემა; ფეიერ-ლებეგის თეორემა; დირიხლეს და ფეიერის გულების შედარება; რიცხვითი მწკრივების შეჯამებადობის მეთოდები

ლიტერატურა : [1] Н. К. Бари. Тригонометрические ряды. Москва, 1961.

3. ლებეგის ინტეგრალთა დიფერენცირების თეორია II. კურსის მიზანია შემდეგი საკითხების შესწავლა:

3. ბორის კონსტრუქცია; საქსის თეორემა კატეგორიის შესახებ; ბეზიკოვიჩის თეორემა ზედა და ქვედა წარმოებულების შესაძლო მნიშვნელობების შესახებ; უარდის თეორემები სეგმენტის ადიციური ფუნქციის ზედა და ქვედა წარმოებულების შესახებ; პერონის ხე. კაკეას პრობლემა; ნიკოდიმის სიმრავლე.

ლიტერატურა : [1] M. de Guzman, Differentiation of integrals in R^n , Springer, 1975.

[2] С. Сакс. Теория Интеграла. Москва, 1949.

4. ტრიგონომეტრიულ მწკრივთა თეორიის საფუძვლები II. კურსის მიზანია შემდეგი საკითხების შესწავლა:

დანჟუა-ლუზინის თეორემა აბსოლუტურად კრებადი ტრიგონომეტრიული მწკრივების შესახებ; კანტორ-ლებეგის თეორემა; ყველგან განშლადი ტრიგონომეტრიული მწკრივი ნულისაკენ კრებადი კოეფიციენტებით; შვარცის მეორე რიგის წარმოებული; შეჯამებადობის რიმანის მეთოდი; კანტორის თეორემა ტრიგონომეტრიულ მწკრივთა ერთადერთობის შესახებ; რიმანის ლოკალიზაციის პრინციპი ზოგადი ტრიგონომეტრიული მწკრივებისათვის; დიუბუა-რეიმონის თეორემა ტრიგონომეტრიულ მწკრივის მისი ჯამის მეშვეობით აღდგენის შესახებ.

ლიტერატურა : [1] Н. К. Бари. Тригонометрические ряды. Москва, 1961.

5.ორთოგონალურ მწკრივთა თეორია I. კურსის მიზანია შემდეგი საკითხების შესწავლა:

მწკრივის კრებადობის ტიპები; სისრულე, ტოტალურობა, ბიორთოგონალურობა; ფურიეს კოეფიციენტები და ორთოგონალური მწკრივის კერძო ჯამები; შაუდერის ბაზისი, უპირობო ბაზისი. მათი დახასიათება; დამოუკიდებელ ფუნქციათა მიმდევრობების განმარტება და აგება; ხინჩინის უტოლობა და დამოუკიდებელ ფუნქციათა მიმდევრობების სხვა თვისებები; ნიშნების თითქმის ყველა შერჩევისათვის კრებადობა და უპირობოდ კრებადობა.

ლიტერატურა : [1] Б.С. Кашин, А.А. Саакян. Ортогональные ряды. Москва, 1984

6. ჰარმონიული ანალიზი I. კურსის მიზანია შემდეგი საკითხების შესწავლა:

ჰილბერტის გარდაქმნა, მისი სუსტი $(1,1)$ ტიპი და შემოსაზღვრულობა ლებეგის სივრცეებში. შეუღლებული ფუნქცია; ჩეზაროს საშუალოები; კოშის და პუასონის გულები; სასაზღვრო მნიშვნელობები; ფატუს თეორემა; ჰარდის სივრცეები; მძები რისების თეორემა.

ლიტერატურა : [1] Б.С. Кашин, А.А. Саакян. Ортогональные ряды. Москва, 1984.

[2] K. Hoffman. Banach spaces of analytic functions. Prentice-Hall, Inc., 1962

7. ორთოგონალურ მწკრივთა თეორია II. კურსის მიზანია შემდეგი საკითხების შესწავლა:

ჰაარის სისტემის განმარტება,კერძო ჯამების სახე; კოეფიციენტების შეფასებები და ფურიე-ჰაარის მწკრივის კრებადობის შესახებ თეორემები; ფურიე-ჰაარის მწკრივების უპირობოდ კრებადობა ლებეგის სივრცეებში; ჰაარის სისტემის მიხედვით მწკრივების თითქმის ყველგან და ზომით კრებადობა; ჰაარის სისტემის გარდაქმნა; უოლშის სისტემა ინტერვალზე და ჯგუფზე; უოლშის და ჰაარის სისტემებს შორის კავშირი; უოლშის მწკრივები.დირიხლეს გული; მულტიპლიკაციური სისტემები; ფურიე-უოლშის მწკრივების უმარტივესი თვისებები,ლებეგის კონტანტები; ფუნქციის უწყვეტობის მოდული და ფურიე-უოლშის მწკრივების თანაბრად კრებადობა; ლოკალიზაციის პრინციპი. ფურიე-უოლშის მწკრივების წერტილში კრებადობა; უოლშის სისტემის სისრულე და ჩაკეტილობა; ფურიე-უოლშის კოეფიციენტების შეფასებები. ფურიე-უოლშის მწკრივების აბსოლუტურად კრებადობა.

ლიტერატურა : [1] Б.С. Кашин, А.А. Саакян. Ортогональные ряды. Москва, 1984.

[2] Б.И. Голубов, А.В. Ефимов, В.А. Скворцов. Ряды и преобразования Уолша. Москва, 1987.

8. ჰარმონიული ანალიზი II. კურსის მიზანია შემდეგი საკითხების შესწავლა:

შემოსაზღვრული საშუალო ოსცილაციის მქონე ფუნქციების სივრცე, მისი კავშირი ჰარდის სივრცეებთან; ჯონ-ნირენბერგის უტოლობა; ფურიეს ჯერადი მწკრივები,მათი ელემენტარული თვისებები; ინტეგრალთა ძლიერად დიფერენცირებადობის კავშირი ჯერადი ფურიეს მწკრივების შეჯამებადობასთან; ჯერადი ფურიეს მწკრივების შემოსაზღვრულად შეჯამებადობა; მრავალი ცვლადის ხარისხოვანი მწკრივები.

ლიტერატურა : [1] Б.С. Кашин, А.А. Саакян. Ортогональные ряды. Москва, 1984.

[2] A. Zygmund. Trigonometrical series, Vol. II. New York,1959.

სადისერტაციო ნაშრომის შეფასების კრიტერიუმები:

სადისერტაციო ნაშრომის საბოლოო შეფასება ხდება შემდეგი სისტემით:

ა) ფრიადი (summa cum laude) - შესანიშნავი ნაშრომი;

ბ) ძალიან კარგი (magna cum laude) - შედეგი, რომელიც წაყენებულ მოთხოვნებს

ყოველმხრივ აღემატება;

გ) კარგი (cum laude) - შედეგი, რომელიც წაყენებულ მოთხოვნებს აღემატება;

დ) საშუალო (bene) - შედეგი, რომელიც წაყენებულ მოთხოვნებს ყოველმხრივ აკმაყოფილებს;

- ე) დამაკმაყოფილებელი (rite) - შედეგი, რომელიც ხარვეზების მიუხედავად, წაყენებულ მოთხოვნებს მაინც აკმაყოფილებს;
- ვ) არადამაკმაყოფილებელი (insufficienter) - შედეგი, რომელიც წაყენებულ მოთხოვნებს მნიშვნელოვანი ხარვეზების გამო ვერ აკმაყოფილებს;
- ზ) სრულიად არადამაკმაყოფილებელი (sub omni canone) - შედეგი, რომელიც წაყენებულ მოთხოვნებს სრულიად ვერ აკმაყოფილებს.

სადისერტაციო ნაშრომის შეფასების მეთოდიკა

- ა) კომისიის თითოეული წევრი სადისერტაციო ნაშრომს აფასებს ზემოთმოყვანილი სისტემით;
- ბ) სადისერტაციო კომისიის წევრთა შეფასებებს შეესაბამებათ რიცხვები 1-დან 7-მდე, შესაბამისობის შემდეგი სქემით: 1-"სრულიად არადამაკმაყოფილებელი", 2-"არადამაკმაყოფილებელი", 3 -"დამაკმაყოფილებელი" , 4 - " საშუალო", 5 - "კარგი" , 6 - "ძალიან კარგი" , 7 - "ფრიადი" ;
- გ) გამოითვლება აღნიშნული რიცხვების საშუალო არითმეტიკული $\circ E$;
- დ) E განისაზღვრება, როგორც $\circ E$ -თან უახლოესი ნატურალური რიცხვი (თუ $\circ E$ არის $n,5$ სახის, მაშინ E განისაზღვრება $n + 1$ -ის ტოლად);
- ე) საბოლოო შეფასება არის E რიცხვის შესაბამისი შეფასება ბ) პუნქტში მოცემული სქემის მიხედვით, თუ კომისიის წევრთა არანაკლებ $2/3$ -ისა ნაშრომს შეაფასებს დადებითად (ე.ი. არ შეაფასებს "სრულიად არადამაკმაყოფილებელი" - ით ან "არადამაკმაყოფილებელი" - ით);
- ვ) საბოლოო შეფასება არის „არადამაკმაყოფილებელი“, თუ კომისიის წევრთა $1/3$ - ზე მეტი ნაშრომს შეაფასებს უარყოფითად და $E \geq 2$;
- ზ) საბოლოო შეფასება არის „სრულიად არადამაკმაყოფილებელი“, თუ კომისიის წევრთა $1/3$ მეტი ნაშრომს შეაფასებს უარყოფითად და $E = 1$.